Билет 30. Оптимальная стратегия проверок при фиксированных затратах на проверки и штрафах.

Рассматривается фиксированное число N агентов уровня 0 (налогоплательщиков). Для каждого из них опрелен возможный набор действий (налоговых платежей) T_0. Каждое действие t_0 характеризуется затратами агента. Оптимальное с точки зрения инспекции действие $t_0^*(I)$ зависит от значения некоторой случайной величины (дохода) $I \in [I_{min}, I_{max}]$ (например, $t_0^*(I)$ - заданное налоговое правило). $t_0 \in [t_{min}, t_{max}]$, где $t_{min} = t_0^*(I_{min}), t_{max} = t_0^*(I_{max})$.

Независимые и одинаково распределенные случайные величины I имеют функцию распределения F(I), известную всем участникам инспекции. Для проведения испекции могут использоваться 2 типа сотрудников:
доверенные лица лидера, издержки на проверку которыми очень высоки,
любое необходимое число рациональных инспекторов, максимизирующих свой ожидаемый доход с учетом зарплат, взяток и штрафов.

Проблема контроля возникает в связи с тем, что конкретное значение случайного фактора I наблюдается только действующим на нижнем уровне агентом.

Контролирующая иерархическая структура строится следующим образом:

- Инспекторы первого уровня проверяют агентов уровня 0 с вероятностью $p_1(t_0)$;
- Если проверка выявляет $t_0 < t_0^*$, то агент нулевого уровня выплачивает штраф $f_0(t_0^*(I) - t_0(I)), f_0 > 1$. Стоимость одной проверки на этом уровне составляет c_1;
- Инспектор первого уровня может вступить в сговор с проверяемым агентом. Для предотвращения коррупции организуется проверка 2 уровня;
- Вероятность проверки $p_2(t_0, t_1)$ зависит от сообщений агентов уровней 0 и 1;
- ...;
- На верхнем уровне k честными инспекторами осуществляется проверка с вероятностью $p_k(t_0, t_1, ..., t_{k-1})$;
- Если проверка уровня l выявляет $t_l > t_{l-1}$, то все агенты нижестоящих уровней r в этой цепочке платят штраф $f_r(t_l - t_{l-1})$.

В связи с нашим подходом, целью инспекции не является выявление коррупции (это сложно реализуемо и затратно). Вместо этого предлагается предотвратить отклонение от честного поведения на каждом уровне.

Стратегия инспекции P включает:
количество уровней k, вероятности проверок $p_1(t_0), ..., p_k(t_0, t_1, ..., t_{k-1})$.

Следующие параметры заданы экзогенно в этой модели:
штрафные коэффициенты $f_0, ..., f_{k-1}$, расходы на проверки $c_1, ..., c_k$.

Задача состоит в нахождении стратегии инспекции, подавляющей коррупцию и обеспечивающей правильные действия агентов нулевого уровня с минимальными издержками на проверки.

Рассмотрим коалицию C_l, включающую некоторое количество агентов уровня 0 и инспекторов уровней 1,...,l,l<k, проверяющих работу агентов из этой коалиции. Стратегия C_l

задается функциями $t_0(I), ..., t_l(I)$, определяющими сообщения уровней i=0,..,l в случае проверки какого-либо агента уровня 0 из этой коалиции.

Определение. Назовем стратегию P устойчивой к отклонению коалиции C_l, если суммарный выигрыш ее членов достигает максимума при честном поведении, т.е.:

$$t_0(I) = t_0^*(I), t_r(I) = t_0^*(I), r = 1, ..., l,$$

при условии честного поведения агентов верхних уровней l+1,..,k-1.

Назовем стратегию P устойчивой к коалиционным отклонениям, если это условие выполнено для всех l=1,..,k-1.

При честном поведении ожидаемые затраты на одного агента составят:

$$\int_{I_{min}}^{I_{max}} (p_1(P,I)(c_1 + p_2(P,I)(c_2 + ... + p_{k-1}(P,I)(c_{k-1} + p_k(P,I)c_k)...)dF(I)$$

где $p_i(P,I) = p_i(t_0^*(I), ..., t_0^*(I))$.

Утверждение 1. Оптимальные вероятности проверок в стратегии, устойчивой к коалиционным отклонениям, удовлетворяют условиям

$$p_1(t_0) = \hat{p}_1 = \frac{1}{f_0}, p_s(t_0, t_1, ..., t_{s-1}) = \hat{p}_s = \frac{\sum_{i=0}^{s-2} f_i}{\sum_{i=0}^{s-2} f_i}$$

для любых $t_0 \leq t_1 \leq ... \leq t_{s-1} < t_{max}, s = 2, ..., k$.

Теперь для заданной стратегии P рассмотрим некооперативное СПР и определим условия существования СПР, соответствующего честному поведению на всех уровнях 0,1,...,k-1.

• Рассмотрим случай, когда на каждом уровне $s \leq l-1$ отклонение уровня 0 не было полностью выявлено ($t_{l-1} < t_0^*$).

• При каких условиях возможен взаимовыгодный сговор агентов уровней 0,1,..,l, если агенты верхних уровней действуют честно?

Сговор, выгодный для всех агентов 0,1,..,l, возможен, если для некоторых $t_l \in [t_{l-1}, t_0^*(I)), b_{il} \geq 0, i = 1, ..., l-1$ разрешима следующая система:

$$\begin{cases} p_{l+1}(t_0, ..., t_l) * f_i * (t_0^*(I) - t_l) + b_{il} < f_i * (t_0^*(I) - t_l), i = 0, .., l-1, \\ \sum_{i<l} b_{il} - p_{l+1}(t_0, ..., t_l) * f_l * (t_0^*(I) - t_l) > 0. \end{cases}$$

Здесь b_{il} - взятка, выплачиваемая агентом уровня i последнему проверяющему, t_l - его сообщение.

Определение. Если для любых $I \in (I_{min}, I_{max}], l = 1, .., k-1; t_0 \leq ... \leq t_l < t_0^*(I)$ система несовместна, будем говорить, что стратегия P определяет СПР с честным поведением.

Утверждение 2. Стратегия P определяет СПР с честным поведением тогда и только тогда, когда для любых $t_0, ..., t_{k-1} < t_{max}$ вероятности проверок удовлетворяют условию:

$$p_1(t_0) \geq \frac{1}{f_0}, p_2(t_0, t_1) \geq \frac{f_0}{f_0 + f_1}, p_s(t_0, t_1, ..., t_{s-1}) \geq \frac{\sum\limits_{i=0}^{s-2} f_i}{\sum\limits_{i=0}^{s-1} f_i}, s = 2, .., k.$$

Утверждение 3. Оптимальная стратегия в классе СПР с честным поведением и оптимальная стратегия, устойчивая к коалиционным отклонениям, совпадают и удовлетворяют условию

$$p_1(t_0) = \hat{p}_1 = \frac{1}{f_0}, p_s(t_0, t_1, ..., t_{s-1}) = \hat{p}_s = \frac{\sum\limits_{i=0}^{s-2} f_i}{\sum\limits_{i=0}^{s-1} f_i}$$

для любых $t_0 \leq t_1 \leq ... \leq t_{s-1} < t_{max}, s = 2, .., k.$